

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Уральский государственный лесотехнический университет

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

Контрольные задания для студентов  
заочной формы обучения (2 семестр)

Екатеринбург 2020г.

## Вариант 1

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$	б).	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x + 12} - \sqrt{4 - x}}{x^2 + 2x - 8}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - 7}{3x^4 + 2x^3 + 1}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{x \cdot \sin 4x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt[3]{x^4 + 5x^2}$	б).	$y = \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}$
в).	$y = \sin^3 5x \cdot x$	г).	$y = e^{2 + \operatorname{ctg} x}$
д).	$y = \operatorname{arctg} 2x + \frac{1}{x}$	е).	$y = \ln(\cos x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = x^3 + x^2 - 8x + 7$	б).	$y = \frac{x^2}{x + 3}$
-----	--------------------------	-----	-------------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (6x - 2) dx$	б).	$\int \frac{dx}{3 - 4x}$
в).	$\int \frac{x \cdot dx}{\cos^2 4x}$	г).	$\int \sin 2x \cdot \cos 6x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y^2 = x + 1, \quad x = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$\sqrt{y^2 + 1} = xy y'$	б).	$y' - \frac{3y}{x + 1} = (x + 1)^4$
-----	--------------------------	-----	-------------------------------------

## Вариант 2

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^2 + 3x - 10}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 1}{7x + 5}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{x^3 - 4x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt{(4x - 3)^3}$	б).	$y = \frac{\sin 3x}{1 + \cos x}$
в).	$y = \operatorname{tg}^3 5x \cdot x$	г).	$y = (e^{\operatorname{ctg} x} + 5)^2$
д).	$y = \arcsin 3x - 3 \ln x$	е).	$y = \operatorname{arctg}(e^x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = 2x^3 - 3x^2$	б).	$y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$
-----	-------------------	-----	-----------------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (7x - 10) dx$	б).	$\int \sqrt[4]{1 - 2x} dx$
в).	$\int x \cdot \sin \frac{x}{2} dx$	г).	$\int \sin 3x \cdot \sin 5x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4x - x^2, \quad y = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$y'x^3 = 2y$	б).	$y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$
-----	--------------	-----	---------------------------------

## Вариант 3

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2}$	б).	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4x - x^4}{x + 3x^2 + 2x^4}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x^2 - 2x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt[4]{(x^3 + 2)^3}$	б).	$y = \frac{\operatorname{ctg} 4x + 1}{\ln x}$
в).	$y = \sqrt{x} \cdot \arcsin \frac{x}{2}$	г).	$y = 3^{\cos^2 x + 1}$
д).	$y = \operatorname{tg} 2x + \frac{4}{x-2}$	е).	$y = \sin(e^x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$	б).	$y = \frac{x^2}{x-4}$
-----	--------------------------------	-----	-----------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (2 - 3x^2) dx$	б).	$\int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}$
в).	$\int x \cdot e^{3x}$	г).	$\int \cos 4x \cdot \cos 8x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \cos x, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$yy' + x = 0$	б).	$x^2 y' = y(x + y)$
-----	---------------	-----	---------------------

## Вариант 4

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 5}{2x^2 + x + 7}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{3x - x^2}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt[3]{x^3 - 5}$	б).	$y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$
в).	$y = \frac{1}{x} \cdot \arcsin 2x$	г).	$y = 2^{\cos 5x - 1}$
д).	$y = \sin^5(3x + 1)$	е).	$y = \operatorname{arctg}(\ln x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$	б).	$y = \frac{x^2}{x-2}$
-----	-----------------------------	-----	-----------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (3x^2 - 2) dx$	б).	$\int \frac{dx}{2-5x}$
в).	$\int \frac{x dx}{\cos^2 \frac{x}{3}}$	г).	$\int \sin 7x \cdot \cos 3x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y^2 = 2 - x, \quad x = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$xyy' = x^2 + 1$	б).	$y' = \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{y}{x}}$
-----	------------------	-----	--

## Вариант 5

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - x^3}{5x^2 + 3x - 6}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x^2 - x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \frac{2}{\sqrt{x^3+4}}$	б).	$y = \frac{\ln x}{x^2+2 \ln x}$
в).	$y = x \cdot \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}$	г).	$y = 5^{\sin 2x+4}$
д).	$y = \arccos(3x - 1) - \frac{1}{x^2}$	е).	$y = \arcsin(e^x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = x^4 - 2x^2 + 5$	б).	$y = x + \frac{1}{x}$
-----	----------------------	-----	-----------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (2x - 3x^3) dx$	б).	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3+4x}}$
в).	$\int x \cdot \sin 2x dx$	г).	$\int \cos 4x \cdot \cos x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x - x^2, \quad y = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$(x^2 - 1)y' - y = 0$	б).	$y' - 2xy = xe^{x^2}$
-----	-----------------------	-----	-----------------------

## Вариант 6

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 2x - 40}{x^2 - 3x - 4}$	б).	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 2x + 3}{3x^4 + 5x^2 + 1}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{x^2 - x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt[3]{x^5 + 5x}$	б).	$y = \frac{\operatorname{ctg} 2x - 1}{x^2}$
в).	$y = \sin \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 + 1}$	г).	$y = e^{\cos 4x - 2}$
д).	$y = \operatorname{arctg}^3 x - \ln 9x$	е).	$y = \arccos(\ln x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$	б).	$y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$
-----	---------------------------	-----	-----------------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (4x^2 - 3) dx$	б).	$\int \sqrt[3]{2 + 3x} dx$
в).	$\int x \cdot \cos 4x dx$	г).	$\int \sin 2x \cdot \sin 3x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin 2x, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$xy' - y = 0$	б).	$y' = \cos^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$
-----	---------------	-----	---

## Вариант 7

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 1}{x^3 + x^2}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 + 4}{x^4 + 5x - 1}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{\sin 7x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \frac{2}{x} - \sqrt{3x + x^2}$	б).	$y = \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sin x + 1}$
в).	$y = (1 - \operatorname{ctg} 3x) \cdot e^{-x}$	г).	$y = 4^{\ln 2x + 3}$
д).	$y = \frac{3}{x^3} + \cos^4 \frac{x}{4}$	е).	$y = \arcsin(\ln x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = x^3 + 6x^2 + 9x$	б).	$y = \frac{x^2}{x - 3}$
-----	-----------------------	-----	-------------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (4x^5 + 3) dx$	б).	$\int \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$
в).	$\int x \cdot \cos 4x dx$	г).	$\int \sin 5x \cdot \cos x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y^2 = 4x, \quad x = 4, \quad y = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$2y'\sqrt{x} - y = 0$	б).	$y' - \frac{y}{2x} = x^2$
-----	-----------------------	-----	---------------------------



## Вариант 8

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 2x - 35}{2x^2 + 11x + 5}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^3 - 4x^2 + 9}{8x^3 + 5x^2 - 2}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x - x^2}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \frac{x^2}{4} - \sqrt{x^2 - 4x}$	б).	$y = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin 3x}$
в).	$y = (x^3 + 7x) \cdot \operatorname{tg} 5x$	г).	$y = e^{\operatorname{arctg} \frac{x}{3}}$
д).	$y = \sqrt[3]{\operatorname{arcsin} 3x}$	е).	$y = \ln(\operatorname{ctg} x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = x^4 - 8x^2 + 5$	б).	$y = \frac{x^2}{x + 4}$
-----	----------------------	-----	-------------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (3 - x^2) dx$	б).	$\int \sqrt[3]{5x + 2} dx$
в).	$\int \frac{x dx}{\sin^2 \frac{x}{2}}$	г).	$\int \sin 5x \cdot \sin 2x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{x^2}{4}, \quad x = 4, \quad y = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$\sqrt{1 - y^2} + y' y \sqrt{1 - x^2} = 0$	б).	$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$
-----	--	-----	--------------------------------------

## Вариант 9

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4x + 4}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + 3x^2} - 2}{5x^3 + x^2}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 7x^2 + 42}{x^4 + 15x - 1}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{\sin 3x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt{4x - x^3} + \frac{3x}{2}$	б).	$y = \frac{\operatorname{ctg}(4x-1)}{4x-1}$
в).	$y = \ln 7x \cdot \sin(x^2 + 1)$	г).	$y = 7^{\operatorname{tg}(x+4)-2}$
д).	$y = \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$	е).	$y = \cos(e^x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = \frac{x^3}{3} + x^2$	б).	$y = x - \frac{1}{x}$
-----	---------------------------	-----	-----------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (4x^5 + 7x^2) dx$	б).	$\int \frac{dx}{8-3x}$
в).	$\int x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx$	г).	$\int \cos 5x \cdot \cos x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{4}{x}, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad x = 4$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$x^2 y' + y = 0$	б).	$y' - \frac{2y}{x} = \frac{3}{x^2}$
-----	------------------	-----	-------------------------------------

## Вариант 10

### Предел

Найти пределы:

а).	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{2x^2 - 9x - 35}$	б).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$
в).	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$	г).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{\operatorname{tg} 6x}$

### Производная

Найти производные следующих функций:

а).	$y = \sqrt[4]{2 - x^2}$	б).	$y = \frac{x + \sqrt{x}}{\ln 4x}$
в).	$y = (x^3 + 10x + 5) \cdot \operatorname{tg} 3x$	г).	$y = e^{\sin(\frac{x}{2}) + 5}$
д).	$y = \cos^5 3x$	е).	$y = \arctg(2^x)$

### Исследование функций

Исследовать функции и построить их графики:

а).	$y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$	б).	$y = x + \frac{4}{x}$
-----	---------------------------	-----	-----------------------

### Интегралы

1. Найти неопределённые интегралы:

а).	$\int (1 + 6x^2) dx$	б).	$\int \frac{dx}{2x+3}$
в).	$\int \frac{x dx}{\sin^2 3x}$	г).	$\int \sin 6x \cdot \cos 4x dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, \quad x = 2, \quad y = 0$$

### Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

а).	$y' \cdot \sqrt{1 + y^2} = \frac{x^2}{y}$	б).	$y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
-----	---	-----	----------------------------------

### Таблица производных

$$(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$$

$$(a^u)' = a^u (\ln a) \cdot u'$$

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$(\cos u)' = (-\sin u) \cdot u'$$

$$(\sin u)' = (\cos u) \cdot u'$$

$$(\operatorname{tgu})' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$$

$$(\operatorname{ctgu})' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$$

$$(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$$

$$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$(\operatorname{arctgu})' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

$$(\operatorname{arcctgu})' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

### Таблица интегралов

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C$$

$$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$$

$$\int e^u du = e^u + C$$

$$\int \sin u du = -\cos u + C$$

$$\int \cos u du = \sin u + C$$

$$\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctgu} + C$$

$$\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tgu} + C$$

$$\int \frac{du}{\sin u} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right| + C$$

$$\int \frac{du}{\cos u} = \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{u}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$$

$$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u-a}{u+a} \right| + C$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$$

$$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right| + C$$

### Формула интегрирования по частям

$$\int u dv = uv - \int v du$$