

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра технической механики и оборудования целлюлозно-бумажных производств

С.Н. Вихарев

**РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ МАШИН
И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Методические указания для выполнения лабораторных и практических работ по курсу «Основы теории надежности технических систем» для студентов направления 151000 «Технологические машины и оборудование» очной и заочной формы обучения

Екатеринбург
2015

Рассмотрено и рекомендовано к изданию методической комиссией

Протокол № от

Рецензент В.П. Сиваков

Редактор

Подписано в печать

Формат 60x84 1/16

Плоская печать

Печ. л. 2,4

Тираж

Поз.

Заказ

Цена

Редакторско-издательский отдел УГЛТУ

Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

Содержание

1. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ О НАДЕЖНОСТИ.....	4
1.1 Общие сведения.....	4
1.2 Экспоненциальное распределение.....	4
1.3 Нормальное распределение.....	5
1.4 Логарифмически нормальное распределение.....	7
1.5 Распределение Вейбулла.....	9
1.6 Группирование наблюдаемых величин и построение гистограммы...10	
1.7 Выбор гипотезы о законе распределения.....	11
1.8 Оценка параметров экспоненциального распределения.....	12
1.9 Оценка параметров нормального распределения.....	13
1.10 Оценка параметров логарифмически нормального распределения..14	
1.11 Оценка параметров распределения Вейбулла.....	15
1.12 Проверка согласия между эмпирическим и теоретическим распределением.....	16
1.13 Вычисление оценок показателей надежности.....	17
1.14 Назначение и обращение к программе ZAKLR1 2.....	19
2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ.....	22
3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ НОРМАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ.....	25
4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ.....	27
5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4. ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ВЕЙБУЛЛА.....	30
6. СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	32
7. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1.....	34
8. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2.....	35
9. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №3.....	38
10. Практические задания.....	40
ЛИТЕРАТУРА.....	42

1. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ О НАДЕЖНОСТИ

1.1. Общие сведения.

Полностью определенной выборкой объемом n , называется такая выборка, в которой все значения t_1, t_2, \dots, t_n случайной величины T определены. Исходными данными для оценки показателей надежности в этом случае являются: выборка наблюдаемых значений случайной величины $T (t_1, t_2, \dots, t_n)$; объем выборки n ; предполагаемый вид закона распределения. В каждой лабораторной работе представлена одна выборка объемом n , указанным в задании. Вид закона распределения устанавливают на основе статистической обработки представленной в задании выборки.

1.2. Экспоненциальное распределение

Это распределение является распределением времени между независимыми событиями, появляющимися с постоянной интенсивностью. В теории надёжности применяется для описания распределений внезапных отказов, длительности восстановления работоспособности машин и т.д. (рис.1). Экспоненциальное распределение определяется одним параметром λ . Порядок определения оценки λ изложен в п.1.8

Плотность распределения

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (1.1)$$

Функция распределения

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & \text{при } t \geq 0; \\ 0, & \text{при } t < 0; \end{cases} \quad (1.2)$$

Математическое ожидание

$$M [t] = 1 / \lambda \quad (1.3)$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma [t] = 1 / \lambda \quad (1.4)$$

Дисперсия

$$D [t] = 1/\lambda^2 \quad (1.5)$$

Коэффициент вариации

$$V = 1 \quad (1.6)$$

Равенство $M [t]$ и $\sigma[t]$ является существенным при проверке соответствия экспериментального распределения выбранному теоретическому экспоненциальному распределению.

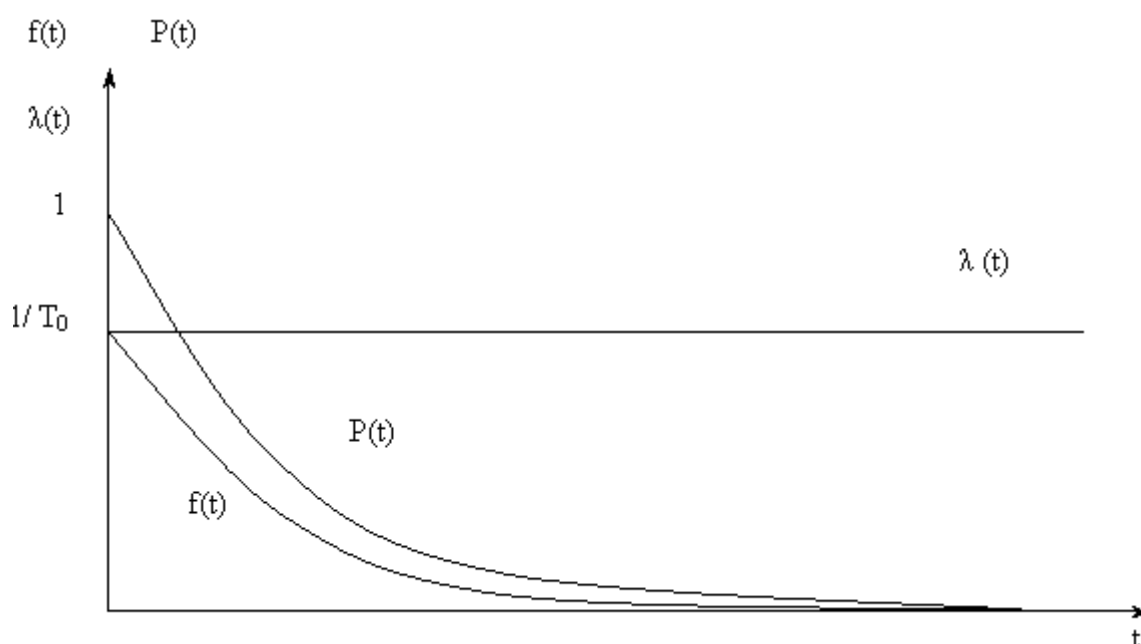


Рис. 1 Зависимости плотности распределения $f(t)$, вероятности безотказной работы $P(t)$, интенсивности отказов $\lambda(t)$ экспоненциального распределения.

1.3. Нормальное распределение

Это распределение является основным распределением математической статистики. Образуется, когда действует большое число относительно равноправных факторов. Нормальным распределением хорошо описываются нагрузки в машинах, механические характеристики материалов (пределы текучести, прочности, выносливости), несущая способность деталей машин, ресурс и срок службы изделий при изнашивании, когда коэффициент вариации не превышает 0,3 (рис.2).

Нормальное распределение определяется двумя параметрами a и σ . Порядок определения оценок параметров a и σ изложен в п.1.9.

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.7)$$

Функция распределения

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right] dt \quad (1.8)$$

Функция распределения выражается через табулированную /1/ функцию Лапласа

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad (1.9)$$

где $z = \frac{t-a}{\sigma}$; $dz = \frac{dt}{\sigma}$,

следующим образом

$$F(t) = 0,5 + \Phi(z) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t-a}{\sigma}\right) \quad (1.10)$$

Таблица /1/ содержит значения функции Лапласа для положительных аргументов. Так как функция Лапласа нечетная, то $\Phi(-z) = -\Phi(z)$. Кроме того, $\Phi(0) = 0$; $\Phi(-\infty) = -\frac{1}{2}$; $\Phi(+\infty) = \frac{1}{2}$

Математическое ожидание

$$M[t] = a \quad (1.11)$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma[t] = \sigma \quad (1.12)$$

Дисперсия

$$D[t] = \sigma^2 \quad (1.13)$$

Коэффициент вариации

$$v = \sigma / a \quad (1.14)$$

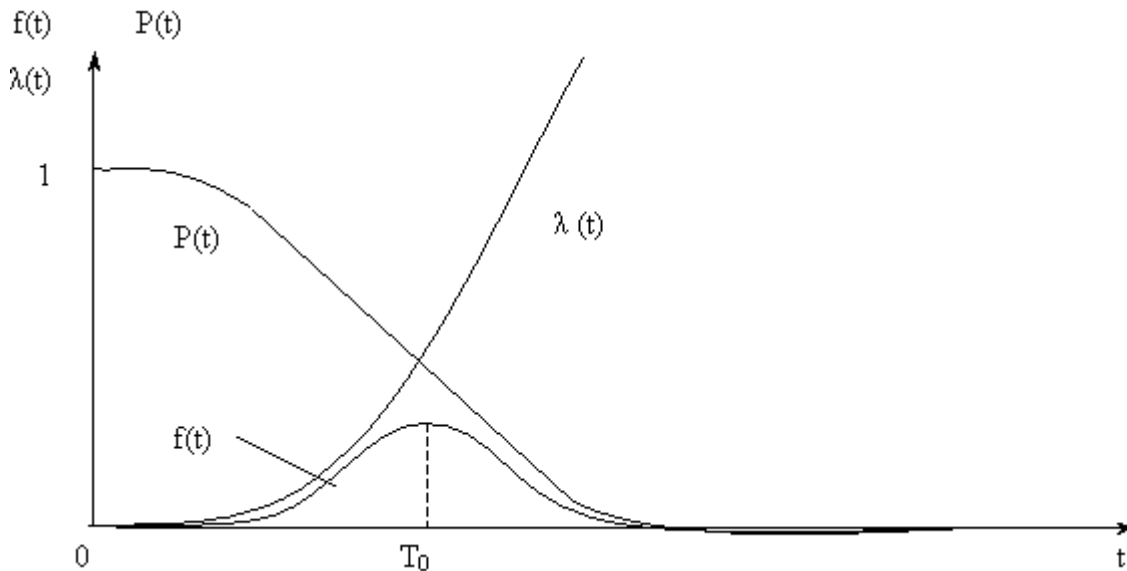


Рис. 2. Зависимости плотности распределения $f(t)$, вероятности безотказной работы $P(t)$, интенсивности отказов $\lambda(t)$ нормального распределения

1.4. Логарифмически нормальное распределение

Это распределение случайной величины $y = \ln t$, логарифм которой распределен по нормальному закону. Логарифмически нормальное распределение существует только для неотрицательных величин. В теории надежности логарифмически нормальное распределение используется для описания процессов восстановления, износных отказов, когда приращение износа пропорционально мгновенному значению износа, наработка при быстром “выгорании” ненадежных элементов, отказов, появляющихся в результате усталости материала (рис.3). Логарифмически нормальное распределение определяется двумя параметрами a и σ . Порядок определения параметров изложен в п. 1.10.

Плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln t - a)^2}{2\sigma^2}\right], & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

Функция распределения

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{(\ln t - a)^2}{2\sigma^2}\right] dt \quad (1.16)$$

или используя функцию Лапласа

$$F(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\ln t - a}{\sigma}\right) \quad (1.17)$$

Математическое ожидание

$$M[t] = \exp\left(a + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (1.18)$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma[t] = \exp\left(a + \frac{\sigma^2}{2}\right) \sqrt{\exp(\sigma^2) - 1} \quad (1.19)$$

Дисперсия

$$D[t] = \exp(2a + \sigma^2) [\exp(\sigma^2) - 1] \quad (1.20)$$

Коэффициент вариации

$$V = \sqrt{\exp(\sigma^2) - 1} \quad (1.21)$$

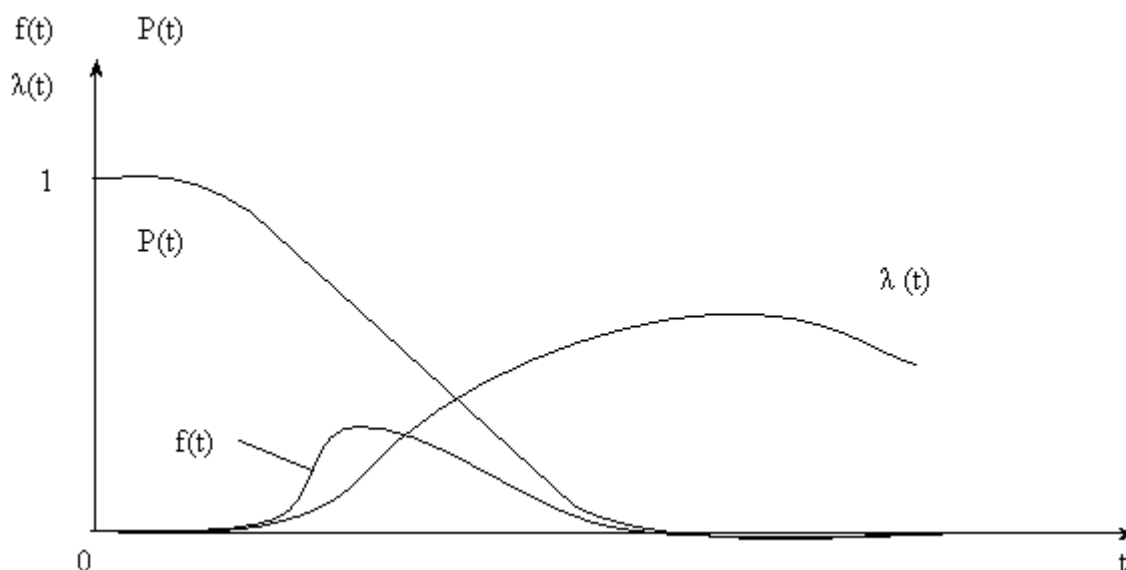


Рис. 3. Зависимости плотности распределения $f(t)$, вероятности безотказной работы $P(t)$, интенсивности отказов $\lambda(t)$ логарифмически нормального распределения

1.5. Распределение Вейбулла

Это распределение имеет две разновидности: двухпараметрическое и трехпараметрическое. Приведенные ниже формулы относятся к трехпараметрическому распределению. В теории надежности распределения Вейбулла является наиболее общим распределением времени безотказной работы элементов, времени работы до предельного состояния машин. Его используют для описания характеристик усталостной прочности металла. Распределение Вейбулла определяется тремя параметрами: параметр масштаба – a , характеризующий степень растянутости кривой распределения вдоль оси t и связанный со средним значением случайной величины; параметр сдвига – c , являющейся минимально возможным значением случайной величины; параметр формы – b . Порядок определения оценок параметров a , b , c изложен в п.1.11. Параметры распределения должны удовлетворять условию: $a > 0$, $b > 0$, $c \geq 0$.

Плотность распределения :

$$f(t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} \left(\frac{t-c}{a} \right)^{b-1} \exp \left[- \left(\frac{t-c}{a} \right)^b \right], \text{ при } t \geq c; \\ 0, \text{ при } t < c \end{array} \right\} \quad (1.22)$$

Функция распределения:

$$f(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t - c}{a} \right)^b \right] \quad (1.23)$$

Математическое ожидание:

$$M[t] = ak_b + c \quad (1.24)$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma[t] = a * g_b \quad (1.25)$$

Дисперсия

$$D[t] = (a * g_b)^2 \quad (1.26)$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{a * g_b}{ak_b + c} \quad (1.27)$$

При $b=1$ и $c=0$ распределение Вейбулла совпадает с экспоненциальным распределением.

1.6. Группирование наблюдаемых величин и построение гистограммы

Выявляются наименьшее t_1 и наибольшее t_n значения элементов выборки.

Вычисляют размах $t_n - t_1$ и образуют r равных интервалах шириной Δt .

$$\Delta t = (t_n - t_1) / r \quad (1.28)$$

Число интервалов в зависимости от объема выборки берется как целое число, ближайшее к r .

$$r = 1,15 \left[0,42(n - 1)^2 \right]^{0,27} \quad (1.29)$$

При $n=70, r=9; n=86, r=10; n=106, r=11; n=120, r=12$.

Подсчитывают частоты (количество наблюдений) m_j величин t_i , попавших в j -е интервалы. Границы интервалов определяются по зависимостям:

$$t_{xj} = t_1 + (j - 1)\Delta t; \quad (1.30)$$

$$t_{xj} = t_1 + j\Delta t \quad (1.31)$$

Где t_{xj} и t_{xj} - соответственно левая и правая границы j -го интервала.

Середина j -го интервала равна

$$t_j = t_1 + \Delta t(j - 0,5) \quad (1.32)$$

Вычисляется частота попаданий наблюдений в каждой j -ый интервал

$$P_j = m_j / n, \quad j = 1, 2, \dots, r. \quad (1.33)$$

Для графического изображения эмпирического распределения строится гистограмма. При построении гистограммы по оси абсцисс откладываются в выбранном масштабе интервалы шириной Δt , являющейся основанием прямоугольника, площадь которого равна частоте P_j j -го интервала, высота прямоугольника определяется делением частоты P_j каждого j -го интервала на ширину Δt . Построенная таким образом ступенчатая функция $f_j(t)$ называется гистограммой выборки. Эта функция служит статистическим аналогом плотности распределения вероятности случайной величины и определяется:

$$f_j(t) = m_j / n\Delta t \quad (1.34)$$

Площадь гистограммы равна единице.

1.7. Выбор гипотезы о законе распределения анализируемой случайной величины

При выборе гипотезы о виде закона распределения анализируемой случайной величины руководствуются соображениями о природе процессов, приводящих к отказу объекта, а так же опытом эксплуатации и оценки аналогичных изделий. В качестве дополнительной информации исполь-

зуются результаты предварительного анализа информации: вид гистограммы и расположение точек эмпирической функции распределения, значения коэффициента вариации. Часто численные значения коэффициента вариации совместно с внешним видом гистограммы позволяет выдвинуть гипотезу о виде закона распределения. Например, при коэффициенте вариации $V \approx 1$ принимается экспоненциальное распределение, а при коэффициенте $V \leq 0,3$ – нормальное.

1.8. Оценка параметров экспоненциального распределения.

Экспоненциальное распределение [2] имеет один параметр λ , который связан с математическим ожиданием случайной величины T соотношением:

$$\lambda = \frac{1}{M(t)} \quad (1.35)$$

Оценкой математического ожидания является среднее арифметическое значение \bar{t} случайной величины T , определяемое по формуле

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (1.36)$$

В случае полностью определенной выборки объемом n , несмещенная оценка для λ определяется по формуле:

$$\bar{\lambda} = n / \sum_{i=1}^n t_i \quad (1.37)$$

Нижняя \bar{t}_n и верхняя \bar{t}_g доверительные границы величины \bar{t} при односторонней доверительной вероятности находятся по формулам:

$$\bar{t}_n = r_1 \bar{t}, \quad (1.38)$$

$$\bar{t}_g = r_2 \bar{t}, \quad (1.39)$$

Коэффициенты r_1 и r_2 вычисляются по формулам:

$$r_1 = \frac{4m}{\left(\sqrt{4m-1} + U_p\right)^2} \quad (1.40)$$

$$r_2 = \frac{4m}{\left(\sqrt{4m-1} - U_p\right)^2} \quad (1.41)$$

где m – суммарное число отказов всех объектов за время испытаний; U_p – квантиль нормального распределения, соответствующая односторонней доверительной вероятности P , выбирается из табл. 6.1 справочного раздела. Нижняя $\lambda_{\text{н}}$ и верхняя $\lambda_{\text{в}}$ доверительные границы для параметра λ :

$$\lambda_{\text{н}} = \lambda / r_3 \quad (1.42)$$

$$\lambda_{\text{в}} = \bar{\lambda} / r_4 \quad (1.43)$$

Коэффициенты r_3 и r_4 вычисляются по формулам:

$$r_3 = \frac{4(m-1)}{\left(\sqrt{4m-1} - U_p\right)^2} \quad (1.44)$$

$$r_4 = \frac{4(m-1)}{\left(\sqrt{4m-1} + U_p\right)^2} \quad (1.45)$$

1.9. Оценка параметров нормального распределения

Нормальный закон распределения [2] определяется двумя параметрами: α и σ , являющиеся соответственно математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением.

Тогда несмещенной оценкой параметра α будет являться среднее арифметическое значение, определяемое по формуле:

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (1.46)$$

Нижняя $\alpha_{\text{н}}$ и верхняя $\alpha_{\text{в}}$ доверительные границы параметра α :

$$\alpha_{\text{н}} = \bar{t} - (t_{p1} \bar{\sigma}) / \sqrt{n} \quad (1.47)$$

$$\alpha_{\text{в}} = \bar{t} + (t_{p2} \bar{\sigma}) / \sqrt{n} \quad (1.48)$$

где t_p - квантиль распределения Стьюдента для односторонней доверительной вероятности P (см.таблицу 6.2 справочного раздела).

Оценка для параметра σ определяется по формуле:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} \quad (1.49)$$

или, что удобнее при вычислении на ЭВМ, по зависимости

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} - \bar{t}^2 \right)} \quad (1.50)$$

Односторонние доверительные границы вычисляются по уравнениям:

$$\sigma_n = Z_n \bar{\sigma} \quad (1.51)$$

$$\sigma_B = Z_B \bar{\sigma} \quad (1.52)$$

где Z_n и Z_B - коэффициенты, рассчитываемые в зависимости от принятой односторонней доверительной вероятности P и числа степеней свободы $K=n-1$ по уравнениям

$$Z_n = \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{2k-1} + U_p} \quad (1.53)$$

$$Z_B = \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{2k-1} - U_p} \quad (1.54)$$

где U_p выбирается по таблице 6.1 справочного раздела.

1.10. Оценка параметров логарифмически нормального распределения.

Логарифмически нормальный закон /2/ имеет два параметра: математическое ожидание логарифма случайной величины a и среднее квадратическое отклонение логарифма случайной величины σ_a . Оценку параметра a находят по формуле:

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln t_i \quad (1.55)$$

Оценку среднего квадратического отклонения σ_a по формуле:

$$\bar{\sigma}_a = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln t_i - \bar{t})^2} \quad (1.56)$$

Односторонние доверительные границы на параметры a и σ_a рассчитываются по формулам, приведенным в п.1.9.

1.11. Оценка параметров распределения Вейбулла

Распределение Вейбулла [2] характеризуется тремя параметрами:

a - параметр масштаба ($a > 0$); b - параметр формы ($b > 0$); c - параметр сдвига. ($c \geq 0$)

Оценку параметров производят в следующей последовательности :

1) вычисляют выборочное среднее арифметическое значение \bar{t} и выборочное среднее квадратическое отклонение $\bar{\sigma}$ по формулам :

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (1.57)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} \quad (1.58)$$

2) вычисляют асимметрию \mathcal{A}_B по формуле:

$$\mathcal{A}_B = \frac{\frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^3}{\left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \right]^{3/2}} \quad (1.59)$$

3) по полученным значениям \mathcal{A}_B из таблицы 6.3 справочного раздела находят оценку параметра b и значения коэффициентов \mathcal{E}_B и K_B ;

4) определяют оценку для параметра a по формуле :

$$a = \frac{\bar{c}}{g_B} \quad (1.60)$$

5) находят значение \bar{c} по формуле:

$$\bar{c} = \bar{t} - a k_B \quad (1.61)$$

6) в качестве оценки параметра C берут одно из двух значений:

$$\bar{C} = \begin{cases} \bar{C}, & \text{если } \bar{c} \leq t_1 \\ t_1, & \text{если } \bar{c} > t_1 \end{cases} \quad (1.62)$$

где t_1 - наименьшее значение среди наблюдаемых значений t_1, t_2, \dots, t_n .

Определение доверительных границ параметров распределения Вейбулла изложены в ГОСТе 11.007-75. В лабораторной работе доверительные границы параметров не определяются.

1.12. Проверка согласия между эмпирическим и теоретическим распределением.

Для проверки используют критерий χ^2 Пирсона.

Проверка согласия между эмпирическим и теоретическим распределением производится в следующей последовательности [2,4]:

- 1) располагают результаты наблюдений в порядке возрастания ($t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$);
- 2) вычисляют размах $t_n - t_1$ и образуют r равных интервалов шириной Δt (см. п.1.6);
- 3) результаты наблюдений группируют по интервалам, подсчитают частоты m_j величин t_i , попавших в j -е интервалы;
- 4) определяют оценки параметры проверяемого теоретического распределения (экспоненциальный - см. п.1.8; нормальный - см. п.1.9; логарифмически нормальный - см. п.1.10; Вейбулла - см. п.1.11);
- 5) определяют вероятность P_j попадания в каждый интервал случайной величины, имеющий принятый закон распределения.

$$P_j = F(t_{nj}) - F(t_{(j-1)n}), \quad (1.63)$$

где $F(t_{xj})$ и $F(t_{xj})$ – значения функции проверяемого теоретического распределения (экспоненциальный - см. п.1.2; нормальный - см. п.1.3; логарифмически нормальный - см. п.1.4; Вейбулла - см. п.1.5);

б) вероятность попаданий наблюдений P_j интервал умножают на объём выборки n , т.е. определяется математическое ожидание $n \cdot P_j$ числа наблюдений в каждом интервале для проверяемого закона распределения;

7) интервал с частотой $m_j < 5$ объединяются с соседними. По вновь образованным интервалам вычисляется критерий согласия

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^r \frac{(m_j - n p_j)^2}{n p_j} \quad (1.64)$$

Величина χ^2 , асимптотически подчиняется распределению χ^2 с числом степеней свободы $K = r_0 - \ell - 1$, где r_0 - число интервалов с учетом объединения ряда из них; ℓ - число параметров теоретического распределения, определяемых по выборке. Чем меньше полученное значения χ^2 , тем лучше согласие между эмпирическим и теоретическим распределением. Задаются доверительной вероятностью того, что величина χ^2 , полученная вследствие случайных отклонений частот эмпирического распределения от соответствующих частот теоретического распределения, будет меньше табличного значения $(\chi^*)^2$.

$$\gamma = \text{ВЕР}(\chi^2 \leq (\chi^*)^2) \quad (1.65)$$

В таблице 6.4. справочного раздела для доверительной вероятности $\gamma = 0,9$ и числа степеней свободы K находят величину $(\chi^*)^2$, сравнивают с ним вычисленную величину χ^2 . Если χ^2 окажется меньше $(\chi^*)^2$, то для принятой доверительной вероятности гипотеза о согласии опытного и теоретического распределения принимается, в противном случае отвергается.

1.13. Вычисление оценок показателей надежности

В лабораторных работах определяются четыре показателя надежности: средняя наработка до отказа (средний ресурс), гамма-процентная наработка до отказа (гамма-процентный ресурс), вероятность безотказной работы, интенсивность отказов. Выражения для вышеперечисленных показателей надежности при различных законах распределения случайных величин приведены в табл. 1.1. Среднюю наработку до отказа (средний ресурс) определяют по формуле:

$$T_o = \int_0^{\infty} f(t)t dt = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt \quad (1.66)$$

Гамма-процентную наработку до отказа (гамма-процентный ресурс) T_γ определяется из уравнения:

$$1 - F(T_\gamma) = 1 - \int_0^{T_\gamma} f(t) dt = \frac{\gamma}{100} \quad (1.67)$$

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникает. Конкретное численное выражение вероятности безотказной работы имеет определённый смысл лишь тогда, когда оно поставлено в соответствии заданной наработке, в течение которой возможно возникновение отказа. Вероятность безотказной работы определяется в предположении, что в начальный момент времени исчисления заданной наработки объект был работоспособен. Вероятность безотказной работы $P(t)$ в интервале от 0 до t определяется по формуле:

$$P(t) = 1 - F(t) \quad (1.68)$$

Вероятность отказа $Q(t)$ в интервале от 0 до t определяется как:

$$Q(t) = F(t) = 1 - P(t) \quad (1.69)$$

Интенсивность отказов – условная плотность вероятности возникновения отказа невозстанавливаемого объекта, для определенного рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяют по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \quad (1.70)$$

Таблица 1.1 Показатели надёжности при различных законах распределения статистических данных

Вид закона	Средний ресурс, T_0	Гамма-процентный ресурс, \bar{T}_r	Вероятность безотказной работы, $P(t)$	Интенсивность отказов, $\lambda(t)$
Экспоненциальный	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda} \left(-\ln \frac{\gamma}{100} \right)$	$e^{-\lambda t}$	λ
Нормальный	\bar{t}	$\bar{t} - \bar{\sigma} V_r$	$0,5 - \Phi \left(\frac{t - \bar{t}}{\bar{\sigma}} \right)$	$\frac{1}{\bar{\sigma} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - \bar{t})^2}{2\bar{\sigma}^2} \right] \cdot \frac{1}{0,5 - \Phi \left(\frac{t - \bar{t}}{\bar{\sigma}} \right)}$
Логарифмически нормальный	$\exp \left(\bar{t} + \frac{\bar{\sigma}_r^2}{2} \right)$	$\exp \left(\bar{t} - \bar{\sigma}_r V_r \right)$	$0,5 - \Phi \left(\frac{\ln t - \bar{t}}{\bar{\sigma}_r} \right)$	$\frac{1}{t \bar{\sigma}_r \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\ln t - \bar{t})^2}{2\bar{\sigma}_r^2} \right] \cdot \frac{1}{0,5 - \Phi \left(\frac{\ln t - \bar{t}}{\bar{\sigma}_r} \right)}$
Вейбулла	$a k_e + c$	$c + a \left(-\ln \frac{\gamma}{100} \right)^{1/k_e}$	$\exp \left[-\left(\frac{t - c}{a} \right)^{k_e} \right]$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k_e}{a} \left(\frac{t - c}{a} \right)^{k_e - 1}, \text{ при } t \geq c \\ 0, \text{ при } t < c \end{array} \right\}$

1.14. Назначение и обращение к программе ZAKLR1_2

Программа реализует методику статистической обработки данных об отказах оборудования ЦБП и позволяет:

1. выполнить группирование статистических данных и построить гистограмму, т.е. получить эмпирическую плотность распределения случайной величины;
2. определить оценки параметров выбранного теоретического закона распределения (экспоненциального, нормального, логарифмически

- нормального, Вейбулла) и построить для них доверительные границы при заданной односторонней доверительной вероятности;
3. выполнить проверку согласия между эмпирическим и выбранным теоретическим законом распределения с использованием критерия согласия χ^2 Пирсона;
 4. вычислить оценки показателей надежности и их доверительные границы при заданной доверительной вероятности. В лабораторных работах вычисляются четыре показателя надежности: средняя наработка до отказа, гамма-процентная наработка до отказа, вероятность безотказной работы и интенсивность отказов.

Программа реализует диалоговый режим работы. Ввод данных осуществляется по запросам программы. Перед запуском программы необходимо ознакомиться с заданием лабораторной работы, методическими указаниями по статистической обработке информации, ответить на следующие вопросы и выполнить следующие задания:

1. Сколько выборок наблюдаемых случайных величин будет обрабатываться в данной лабораторной работе?
2. Чему равен объем выборки наблюдаемых случайных величин в данной лабораторной работе (№1, №2, №3, №4)?
3. Сколько и какие параметры имеет заданный в данной лабораторной работе теоретический закон распределения (экспоненциальный; нормальный, логарифмически нормальный; Вейбулла)?
4. Как определяются оценки параметров заданного в лабораторной работе теоретического закона распределения (экспоненциальный; нормальный, логарифмически нормальный; Вейбулла)?
5. Запишите выражения для функции и плотности заданного в лабораторной работе закона распределения (экспоненциальный; нормальный, логарифмически нормальный; Вейбулла).
6. Зарисуйте график плотности заданного в лабораторной работе закона распределения (экспоненциальный; нормальный, логарифмически нормальный; Вейбулла).
7. Как производится проверка согласия эмпирического и теоретического распределения с использованием критерия χ^2 Пирсона?
8. При какой частоте m_j (количестве наблюдений) интервалы объединяются с соседними для вычисления критерия Пирсона?
9. Запишите формулы для определения показателей надежности при заданном в лабораторной работе законе распределения.
10. Подготовить таблицы по приведенным формам. Число строк в таблицах $\Phi 1$ и $\Phi 2$ равно числу интервалов группирования r , зависящему от объема выборки n . При $n=70, r=9$; $n=86, r=10$; $n=106, r=11$; $n=120, r=12$.

Таблица Ф1. Исходные данные для построения гистограммы

Число интервалов $r=L$. Ширина интервала $\Delta t=L1$						
Номер интервала $j=k$	Границы интервалов		Середина интервала $t_j=L3(k)$	Частота $m_j=L2(k)$	Эмпирическая плотность распределения $f_3(t)=F(k)$	Теоретическая плотность распределения $f(t)=F1(k)$
	Левая $t_{lj}=L4(k)$	Правая $t_{rj}=L5(k)$				
1						
.....
r						
Число интервалов с учетом объединения ряда из них $r_0=K2$						
Вычисленное значение критерия Пирсона $\chi^2=X$						
Табличное значение критерия Пирсона $(\chi^*)^2=$						
Заключение о согласии эмпирического и теоретического законов:						

Таблица Ф2. Табулированные для середин интервалов t_j значения функций вероятности безотказной работы $P(t)$, вероятности отказа $Q(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$

$t_j=L3(k)$	$P(t)=B(k)$	$Q(t)=B1(k)$	$\lambda(t) = O(k)$
.....
Параметры распределения и доверительные границы			
Экспоненциальное: $\lambda = ; \lambda_n = \dots; \lambda_e = \dots$			
Нормальное: $a = ; a_n = ; a_B = ; \sigma = \dots; \sigma_n = \dots; \sigma_e = \dots$			

Логарифмически нормальное: $a = ; a_H = ; a_B = ; \sigma = \dots; \sigma_H = \dots; \sigma_B = \dots$

Вейбулла: $a = J5; b = J7; c = J6$

(Занести в таблицу значения параметров заданного в лабораторной работе закона распределения и их доверительные границы при $P=0.95$)

Таблица Ф3. Числовые характеристики случайных величин

Оценка коэффициента вариации	Оценка математического ожидания	Оценка СКО	Оценка дисперсии	Минимальное значение случайной величины	Максимальное значение случайной величины

Таблица Ф4. Оценки показателей надежности

По программе		Определенные по графикам						
T_0	T_{90}	T_0	T_{90}	T_{50}	$P(t^*)$	$P(T_0)$	$F(T_0)$	$A(t^*)$

* Примечание. Значения t^* принять в соответствии с заданием лабораторной работы

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ.

2.1. Задание

Подшипники сукноведущих валов прессовой части бумагоделательной машины заменялись при подконтрольной эксплуатации машины по причине выхода их из строя. За период наблюдений было зафиксировано $n=120$ первых замен подшипников (таблица 2.1)

Таблица 2.1 Результаты наблюдений случайной величины наработки до замены подшипников

t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i
тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час
7.5	36.2	45.4	78.5	211.3	75.1	11.3	46.0	31.0	39.1
92.3	16.2	30.2	246.4	81.5	29.1	112.3	91.8	46.2	51.4
51.4	1.4	2.4	40.1	9.1	133.3	95.4	34.1	44.2	129.8
30.7	121.2	5.1	39.8	13.6	15.5	18.7	44.7	143.3	1.3
102.3	12.7	1.3	9.6	28.7	174.2	25.9	68.4	126.1	165.2
34.9	6.2	20.4	106.0	4.8	26.0	27.9	136.6	4.4	17.5
22.5	21.9	6.9	86.2	44.7	0.8	22.0	70.7	19.9	197.5
42.3	53.1	77.8	12.0	29.2	3.9	100.0	28.3	111.4	61.7
54.7	186.5	11.7	66.8	22.7	59.4	1.4	30.2	59.9	5.4
45.8	18.5	26.1	71.6	49.0	19.3	19.7	27.6	2.5	114.4
45.0	163.0	8.7	18.9	83.7	30.5	183.0	85.4	107.1	90.5
114.5	64.4	152.4	54.3	67.2	29.4	76.7	165.1	115.6	189.1

Требуется: найти оценки параметров закона распределения ресурса методом моментов; проверить гипотезу об экспоненциальном законе распределения ресурса критерием согласия χ^2 Пирсона; определить доверительные границы для параметров закона распределения; вычислить оценки показателей надежности и их доверительные границы при односторонней доверительной вероятности $P=0,95$: средней наработки до отказа, гамма-процентной наработки до отказа при $\gamma = 90\%$, интенсивности отказов. Построить функцию плотности распределения $f(t)$, функцию распределения $F(t)$, функцию вероятности безотказной работы $P(t)$, функцию интенсивности отказов $\lambda(t)$.

2.2. Порядок выполнения работы

2.2.1 Ответить на вопросы и выполнить задания, изложенные в п.1.14.
Подготовить таблицы по приведенным формам.

2.2.2 Запустить программу ZAKLR1 2.EXE и выполнить решение поставленных задач. Результаты решения занести в таблицы Ф1...Ф4.

2.2.3 По результатам решения построить графики функции $f(t)$, $F(t)$, $P(t)$, $\lambda(t)$ и записать их выражения с учетом определенных параметров закона распределения.

2.2.4 По графику $P(t)$ определить искомое значение вероятности безотказной работы $P(50)$ за наработку 50 тыс. км.

2.2.5 По графикам $P(t)$ и $F(t)$ определить значение $P(T_0)$ и $F(T_0)$ при $t = T_0$.
Определить T_{50} и сравнить его с T_0

2.2.6 По графику $P(t)$ определить значение T_{90} и сравнить его с рассчитанным T_{90}

2.2.7 Оформить отчет в соответствии с п. 2.3 и сдать работу.

2.3. Содержание отчета

В отчете должны содержаться следующие сведения:

1. задание лабораторной работы;
2. результаты решения программы, занесенные в таблицы Ф1...Ф3;
3. построенную гистограмму с нанесенной на неё функцией $f(t)$;
4. графики функций: плотности распределения $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ на одном рисунке; функции распределения $F(t)$ и вероятности безотказной работы $P(t)$ - на другом. Для каждой функции записать ее выражение с учетом определенных параметров распределения;
5. сведенные в таблицу Ф4 оценки искомых показателей надёжности.
6. заключения о сравнении показателей надёжности по п.п. 2.2.5 и 2.2.6.

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ НОРМАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

3.1. Задание

Гарнитура дисковых мельниц заменялась при превышении допустимого износа ножей. В процессе наблюдений было зафиксировано $n=106$ первых замен гарнитуры .

Результаты наблюдений представлены в таблице 3.1.

Требуется: найти оценки параметров закона распределения наработки до отказа методом моментов; проверить гипотезу о нормальном законе распределения наработки критерием согласия χ^2 Пирсона; определить доверительные границы для параметров закона распределения; вычислить оценки показателей надежности и их доверительные границы при односторонней доверительной вероятности $P=0,95$: средней наработки до отказа, гамма-процентной наработки до отказа при $\gamma = 90\%$, интенсивности отказов. Построить функцию плотности распределения $f(t)$, функцию распределения $F(t)$, функцию вероятности безотказной работы $P(t)$, функцию интенсивности отказов $\lambda(t)$.

Варианты исходных данных для расчёта в тыс. час приведены в таблице 3.1

Таблица 3.1 Результаты наблюдений случайной величины наработки до замены гарнитуры дисковых мельниц

t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i
тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час
251.7	234.0	246.6	165.6	226.5	199.6	179.6	269.7	163.4
201.4	255.0	256.2	165.1	236.1	211.3	255.2	187.3	177.8
192.9	227.3	163.6	218.3	223.8	225.5	200.7	131.6	179.9
70.0	144.3	192.2	231.8	241.8	157.2	208.0	166.9	204.4
198.9	238.5	205.2	145.6	160.0	225.9	228.1	230.7	227.0

209.7	182.0	204.9	224.5	134.8	124.3	276.8	267.0	324.3
133.5	167.6	329.9	265.0	118.7	113.1	198.6	166.7	142.1
191.0	250.8	283.8	197.6	166.8	173.6	155.0	95.8	218.4
260.6	217.1	177.7	246.0	182.3	165.7	235.6	124.6	146.4
173.2	102.1	209.6	139.9	183.5	92.6	117.3	182.9	265.9
223.1	199.2	233.0	190.3	239.6	168.3	167.1	254.4	193.1
298.0	271.0	275.9	286.9	276.0	294.5	308.8		

3.2. Порядок выполнения работы.

3.2.1 Ответить на вопросы и выполнить задания, изложенные в п.1.14.
Подготовить таблицы по приведенным формам.

3.2.2 Запустить программу ZAKLR1 2.EXE и выполнить решение поставленных задач. Результаты решения занести в таблицы Ф1...Ф4.

3.2.3 По результатам решения построить графики функции $f(t)$, $F(t)$, $P(t)$, $\lambda(t)$ и записать их выражения с учетом определенных параметров закона распределения.

При построении графика $f(t)$ необходимо учитывать:

-при $t = \bar{t}$ функция $f(t)$ имеет максимум, равный

$$f_{\max}(t) = f(t^-) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}; \quad (2.1)$$

-при $t = \bar{t} \pm \sigma$ график функции $f(t)$ имеет точки перегиба

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}}, \text{ при } t = \bar{t} \pm \sigma \quad (2.2)$$

3.2.4. По графикам $P(t)$ и $\lambda(t)$ определить искомые значения показателей надежности $P(100)$ и $\lambda(100)$.

3.2.5. Нанести на график $f(t)$ значение T_0 и построить интервал $T_0 \mp 3\sigma$. Сделать заключение о рассеивании нормально распределённой случайной величины. Оценить симметричность $f(t)$ относительно T_0 .

3.2.6. По графикам $P(t)$ и $F(t)$ определить значение $P(T_0)$ и $F(T_0)$ при $t = T_0$. Определить T_{50} и сравнить его с T_0

3.2.7. По графику $P(t)$ определить значение T_{90} и сравнить его с рассчитанным T_{90}

3.2.8. Оформить отчет в соответствии с п. 3.3 и сдать работу.

3.3. Содержание отчета

В отчете должны содержаться следующие сведения:

1. задание лабораторной работы;
2. результаты решения программы, занесенные в таблицы Ф1...Ф3;
3. построенную гистограмму с нанесённой на неё функцией $f(t)$;
4. графики функций: плотности распределения $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ на одном рисунке; функции распределения $F(t)$ и вероятности безотказной работы $P(t)$ - на другом. Для каждой функции записать ее выражение с учетом определенных параметров распределения;
5. сведенные в таблицу Ф4 оценки искомых показателей надёжности;
6. заключения о сравнении показателей надёжности по п.п. 3.2.6 и 3.2.7.

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

4.1. Задание

Транспортерные ленты в процессе эксплуатации изнашиваются, трескаются. За период подконтрольной эксплуатации транспортеров в древесно-подготовительном производстве было зафиксировано $n=86$ первых замен транспортерных лент. Результаты наблюдений приведены в таблице 4.1.

Требуется найти методом моментов оценки параметров закона распределения ресурса; проверить гипотезу о логарифмически нормальном законе распределения ресурса критерием согласия χ^2 Пирсона; определить доверительные границы для параметров закона распределения при односторонней доверительной вероятности $P=0.95$; вычислить оценки показателей надежности: средней наработки до отказа, гамма-процентной наработки до отказа при $\gamma = 90\%$, вероятности безотказной работы за наработку $t=120$ тыс. час., интенсивности отказов за ту же наработку.

Построить: функцию плотности распределения $f(t)$; функцию распределения $F(t)$; функцию вероятности безотказной работы $P(t)$; функцию интенсивности отказов $\lambda(t)$.

Таблица 4.1. Результаты наблюдений случайной величины наработки до замены транспортерных лент.

t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i	t_i
тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час	тыс. час
160.0	163.9	221.3	189.4	94.1	183.7	167.0	141.5	108.1
112.2	166.2	1219	156.6	122.2	121.0	145.0	142.4	105.4
131.5	121.1	108.5	140.8	140.5	152.1	104.2	107.1	192.8
125.6	144.3	172.4	152.0	152.3	137.7	122.6	140.9	111.4
138.9	125.6	165.8	104.2	188.6	128.8	127.4	100.2	100.2
168.9	170.4	80.9	149.2	119.6	168.9	117.0	119.2	221.2
107.5	125.1	126.8	94.0	237.7	147.6	92.1	146.7	
136.4	127.3	126.2	140.8	143.6	180.2	132.6	158.9	
195.4	202.0	115.3	169.0	88.2	98.1	114.1	140.8	
109.5	153.0	145.3	133.3	181.2	156.3	137.4	132.3	

4.2. Порядок выполнения работы

4.2.1. Ответить на вопросы и выполнить задания, изложенные в п.1.14.

Подготовить таблицы по приведенным формам.

4.2.2. Запустить программу ZAKLR1 2.EXE и выполнить решение поставленных задач. Результаты решения занести в таблицы Ф1...Ф4.

4.2.3. По результатам решения построить графики функции $f(t)$, $F(t)$, $P(t)$, $\lambda(t)$ и записать их выражения с учетом определенных параметров закона распределения.

4.2.4. По графикам $P(t)$ и $\lambda(t)$ определить искомые значения показателей надежности $P(120)$ и $\lambda(120)$.

4.2.5. Нанести на график $f(t)$ значение T_0 и оценить симметричность $f(t)$ относительно T_0 .

4.2.6. По графикам $P(t)$ и $F(t)$ определить значение $P(T_0)$ и $F(T_0)$ при $t = T_0$.
Определить T_{50} и сравнить его с T_0

4.2.7. По графику $P(t)$ определить значение T_{90} и сравнить его с рассчитанным T_{90} .

4.2.8. Оформить отчет в соответствии с п. 4.3 и сдать работу.

4.3. Содержание отчета

В отчете должны содержаться следующие сведения:

- 1) задание лабораторной работы;
- 2) результаты решения программы, занесенные в таблицы Ф1...Ф3;
- 3) построенную гистограмму с нанесенной на неё функцией $f(t)$;
- 4) графики функций: плотности распределения $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ на одном рисунке; функции распределения $F(t)$ и вероятности безотказной работы $P(t)$ - на другом. Для каждой функции записать ее выражение с учетом определенных параметров распределения;
- 5) сведенные в таблицу Ф4 оценки искомых показателей надёжности.
- 6) заключения о сравнении показателей надежности по п.п. 4.2.5...4.2.7.

5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4.

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ВЕЙБУЛЛА

5.1. Задание

Резиновые уплотнительные кольца гидроцилиндров заменялись в эксплуатации при “разбухании” или разрыве. В результате наблюдений за группой машин было зафиксировано $n=70$ значений наработок до замены уплотнительных колец. Результаты наблюдений представлены в таблице 5.1. Требуется найти оценки параметров закона распределения методом моментов; проверить гипотезу распределении ресурса по закону Вейбулла критерием согласия χ^2 Пирсона; вычислить оценки показателей надежности: средней наработки до отказа, гамма-процентной наработки до отказа при $\gamma = 90\%$, вероятности безотказной работы за наработку 3,0 тыс. циклов, интенсивности отказов за ту же наработку.

Построить: функцию плотности распределения $f(t)$; функцию распределения $F(t)$; функцию вероятности безотказной работы $P(t)$; функцию интенсивности отказов $\lambda(t)$.

Варианты исходных данных для расчета в тыс. циклов приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1. Результаты наблюдений случайной величины наработки до замены уплотнительных колец.

t_i , тыс.циклов	t_i , тыс.циклов	t_i , тыс.циклов	t_i , тыс.циклов	t_i , тыс.циклов	t_i , тыс.циклов	t_i , тыс.циклов
6.68	1.65	4.40	3.17	5.75	2.94	7.17
4.46	4.01	2.74	5.53	1.85	8.24	5.93
5.17	6.13	4.46	5.19	4.18	3.45	3.23
7.17	5.91	0.89	4.06	2.99	2.34	5.54
4.88	4.18	5.54	1.52	12.28	2.71	4.18
9.19	5.64	5.25	1.61	9.57	2.68	6.00

4.77	2.09	7.61	7.08	6.56	2.06	5.11
2.33	1.11	6.41	1.63	5.35	6.25	3.63
1.43	3.87	2.47	3.11	3.28	0.83	5.80
5.07	2.60	6.72	1.57	3.78	7.44	4.52

5.2. Порядок выполнения работы

5.2.1. Ответить на вопросы и выполнить задания, изложенные в п.1.14.

Подготовить таблицы по приведенным формам.

5.2.2. Запустить программу ZAKLR1 2.EXE и выполнить решение поставленных задач. Результаты решения занести в таблицы Ф1...Ф4.

5.2.3. По результатам решения построить графики функции $f(t)$, $F(t)$, $P(t)$, $\lambda(t)$ и записать их выражения с учетом определенных параметров закона распределения.

5.2.4. По графикам $P(t)$ и $\lambda(t)$ определить искомые значения показателей надежности $P(3)$ и $\lambda(3)$.

5.2.5. Нанести на график $f(t)$ значение T_0 и оценить симметричность $f(t)$ относительно T_0 .

5.2.6. По графикам $P(t)$ и $F(t)$ определить значение $P(T_0)$ и $F(T_0)$ при $t = T_0$. Определить T_{50} и сравнить его с T_0 .

5.2.7. По графику $P(t)$ определить значение T_{90} и сравнить его с рассчитанным T_{90} .

5.2.8. Оформить отчет в соответствии с п. 5.3 и сдать работу.

5.3. Содержание отчета

В отчете должны содержаться следующие сведения:

- 1) задание лабораторной работы;
- 2) результаты решения программы, занесенные в таблицы Ф1...Ф3;
- 3) построенную гистограмму с нанесенной на неё функцией $f(t)$;

4) графики функций: плотности распределения $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ на одном рисунке; функции распределения $F(t)$ и вероятности безотказной работы $P(t)$ - на другом. Для каждой функции записать ее выражение с учетом определенных параметров распределения;

5) сведенные в таблицу Ф4 оценки искомых показателей надёжности;

6) заключения о сравнении показателей надёжности по п.п. 5.2.5...5.2.7.

6. СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Таблица 6.1. Квантили U_p нормального распределения

P	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999
U _p	0.842	1.282	1.645	1.96	2.326	2.576	2.807	3.090

Таблица 6.2. Квантили t_p распределения Стьюдента

K=n-1	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.999
60	0.848	1.296	1.671	2.000	3.390	2.660	2.915	3.232
70	0.847	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	2.899	3.211
80	0.846	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.195
90	0.845	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	2.878	3.183
100	0.845	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174
120	0.844	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.159

Таблица 6.3. Значения k_α , g_α , b для заданных значений α

α	k_α	g_α	b
190.1	120	1901	0.20

Электронный архив УГЛТУ

6.615	2.000	4.472	0.50
2.000	1.000	1.000	1.00
1.734	0.965	0.878	1.10
1.521	0.940	0.787	1.20
1.346	0.923	0.716	1.30
1.198	0.911	0.660	1.40
1.072	0.903	0.613	1.50
0.962	0.897	0.574	1.60
0.865	0.892	0.540	1.70
0.779	0.889	0.511	1.80
0.701	0.888	0.486	1.90
0.631	0.886	0.463	2.00
0.567	0.886	0.443	2.10
0.509	0.886	0.425	2.20
0.455	0.886	0.408	2.30
0.405	0.886	0.393	2.40
0.358	0.887	0.380	2.50
0.315	0.888	0.367	2.60
0.275	0.889	0.355	2.70
0.237	0.890	0.344	2.80
0.202	0.891	0.333	2.90
0.168	0.893	0.325	3.00
-0.087	0.906	0.254	4.00
-0.254	0.918	0.210	5.00

-0.373	0.928	0.180	6.00
-0.463	0.935	0.157	7.00
-0.534	0.942	0.140	8.00
-0.591	0.947	0.126	9.00
-0.638	0.951	0.114	10.00

Таблица 6.4. Значения $(\chi^2)_{\gamma}$ в зависимости от числа степеней свободы K при доверительной вероятности $\gamma = 0.9$ ($\gamma = \text{Вер}\{\chi^2 \leq (\chi^2)_{\gamma}\}$)

К	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(\chi^2)_{\gamma}$	2.7	4.6	6.3	7.8	9.2	10.6	12.0	13.4	14.7	16.0

7. Домашнее задание № 1

1) Дать общую классификацию отказов и привести примеры из практики эксплуатации машин, оборудования ЦБП, металлорежущих станков.

2) Дать классификацию отказов по группам сложности и привести примеры.

3) Построить графики изменения вероятности безотказной работы по результатам наблюдений 20 рубительных машин (табл. № 1).

Проанализировать полученный график.

Число отказавших машин по вариантам

Наработки ч	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0-20	0	0	2	1	1	0	2	0	0	1	3	0	1

20-40	1	2	0	3	2	1	3	1	4	6	0	0	1
40-60	2	3	1	3	2	1	3	1	4	6	0	8	1
60-80	4	3	6	2	9	10	6	7	5	0	7	2	2
80-100	8	8	9	6	3	2	3	6	4	4	3	1	2
100-120	4	2	0	5	1	0	1	3	2	1	3	3	3
120-140	0	2	1	0	1	1	1	0	0	2	3	3	3
140-160	1	0	1	0	1	2	1	2	1	0	1	3	0

Домашнее задание № 2

Выполнить расчет надежности сложной системы:

1) В соответствии с вариантом задания определить исходные данные для расчета - структурную формулу системы, среднюю наработку на отказ T_i и математическое ожидание времени ремонта M_i (рем) для каждого i -го элемента системы. Закон распределения вероятности безотказной работы принять экспоненциальным, заданный период времени эксплуатации принять постоянным $t=8$ час.

2) По структурной формуле построить структурную схему системы с параллельно-последовательным соединением элементов.

3) Рассчитать интенсивность отказов и вероятность безотказной работы для каждого i -го элемента системы,

4) Определить вероятность безотказной работы P групп элементов с постоянным резервом.

5) Рассчитать вероятность безотказной работы системы элементов, соединенных последовательно.

6) Выявить элемент лимитирующей надежность системы.

7) Рассчитать вероятность безотказной работы системы элементов при постоянном резерве элемента.

8) Рассчитать вероятность безотказной работы системы элементов при

ненагруженном резерве лимитирующего элемента.

9) Сопоставить полученные результаты расчета, дать выводы и рекомендации по работе системы.

Формулы структурных схем для расчета надежности сложных систем.

Вариант	Формула структурных схем
1	$1/1/1-25-36/36-51-58-34/34$
2	$48-57-7/7/7-28-31/31-44$
3	$30/30-10/10/10-50-23/23-45-6$
4	$52-53-27-16-13/13/13-17/17$
5	$24/24-2/2/2-4-54-56-49$
6	$3/3-26-32/32-35/35-60-49$
7	$59-37/37-38/38-14/14/14-12-48$
8	$57-38/38/-9/9/9-6-47-43$
9	$4^{\wedge}-48-29/29-8-51-3/3/3$
10	$35/35-15/15-45-5-60-45$
11	$21/21-15/15/15-55-17-56-50$
12	$59-58-35/35-29/29-5/5/5-11$
13	$46-13/13/13-42-6-41/41-43$

Таблица 2.

Исходные данные для расчета надежности по элементам систем.

Номер элемент а	Ti, час	Mi, час	Номер элемент а	Ti, час	Mi, час	Номер элемент а	Ti, час	Mi, час
1	18	0,2	21	40	1	41	300	2
2	24	0,3	22	45	1,1	42	600	2,1
3	23	0,4	23	48	1,2	43	400	2,2
4	17	0,5	24	52	1,3	44	450	2,3
5	19	0,6	25	50	1,4	45	550	2,4
6	22	0,7	26	100	1,5	46	500	2,5
7	26	0,8	27	90	1,6	47	850	2,6
8	30	0,9	28	80	1,7	48	620	2,7
9	28	0,8	29	70	1,8	49	580	2,8
10	29	0,7	30	60	1,9	50	540	2,9
11	34	0,6	31	65	1	51	330	2,8
12	32	0,5	32	75	1,1	52	280	2,7
13	19	0,4	33	85	1,2	53	580	2,6
14	21	0,3	34	62	1,3	54	470	2,5
15	27	0,2	35	64	1,4	55	420	2,4
16	36	0,3	36	58	1,5	56	670	2,3
17	33	0,4	37	96	1,6	57	720	2,2
18	19	0,5	38	72	1,7	58	760	2,1
19	16	0,6	39	78	1,8	59	220	2,4
20	18	0,7	40	110	1,9	60	860	2,6

Домашнее задание №3

Построить график ремонта машины по следующим исходным данным
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №3

Вариант	Номера ремонтируемых элементов машины
1	1,23,15,2,41,6,8,10,18,20,9,5,11,21,41
2	2,3,5,6,8,11,36,22,36,31,30,37,38,40,33
3	4,3,7,6,9,15,16,17,19,20,29,23,31,33,1
4	8,9,10,11,13,14,16,17,19,26,25,38,40,6
5	1,3,5,9,11,12,19,23,24,29,28,35,37,39
6	2,6,5,7,13,12,16,18,19,25,26,27,28,34
7	5,6,7,8,9,10,20,21,23,25,27,29,30,32,3
8	8,9,11,12,13,14,15,16,17,18,26,27,29
9	40,39,38,37,36,34,31,30,23,20,5,3,11
10	5,6,8,9,10,13,15,12,26,21,28,29,35,30
11	2,6,8,7,13,11,26,27,28,29,30,31,35,39
12	1,5,6,7,8,9,21,11,10,30,34,35,36,37,39
13	5,6,7,9,10,12,15,16,18,19,20,23,24,25
14	2,6,7,9,10,15,16,17,19,25,21,23,29,40
15	5,6,7,8,9,11,14,18,19,20,26,27,29,35,39
16	3,6,9,12,16,18,26,27,29,36,38,40,41,10
17	4,6,8,9,10,13,16,18,19,20,23,25,26,29
18	8,9,11,13,15,16,18,20,21,23,25,26,41
19	2,3,4,6,9,26,27,28,29,30,31,40,41,38,10
20	1,6,5,8,3,10,13,15,16,18,19,23,24,31,32
21	5,10,15,16,17,18,19,20,21,26,27,28,29
22	36,37,38,39,40,41,1,2,3,4,6,8,9,11,20,22
23	6,7,8,9,11,12,14,16,19,20,21,23,31,33,22
24	11,22,33,31,32,35,36,37,38,39,40,41,5
25	6,7,8,9,11,22,33,40,31,32,36,39,41,2,5
26	2,3,6,9,4,11,16,18,17,21,22,23,24,25,26
27	9,10,12,13,15,16,19,20,21,22,23,29,36,39
28	2,4,25,3,23,26,27,28,29,30,35,36,37,38,39
29	1,3,5,6,7,8,10,23,33,31,32,34,35,36,39,40
30	4,5,6,8,12,15,16,17,19,22,23,25,26,28,29

ТАБЛИЦА К ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №3

№ ЭЛЕМЕНТА МАШИНЫ	НАРАБОТКА НА ОТКАЗ, T_i , час	Трудоемкость ремонта, час	Оптимальное число рабочих при ремонте
1	2595	2	1
2	36953	25	4

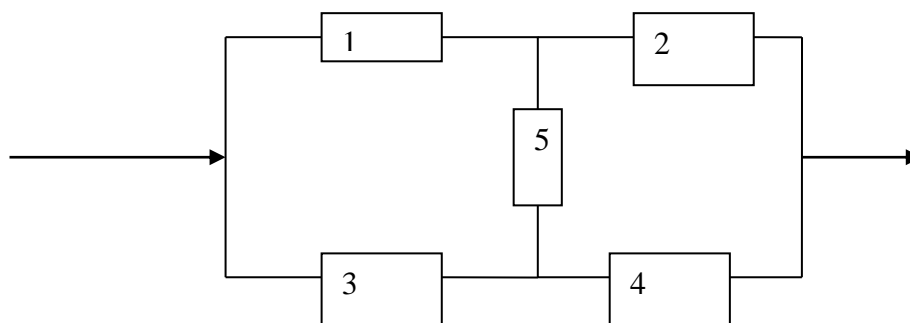
Электронный архив УГЛТУ

3	2169	3	2
4	2300	2	1
5	29648	8	2
6	398542	12	3
7	8300	3	1
8	3690	2	1
9	5630	4	2
10	39000	6	3
11	5830	3	2
12	1200	1	1
13	3500	3	1
14	6900	2	1
15	36200	5	5
16	9300	3	2
17	98762	6	3
18	2300	3	1
19	4000	4	2
20	5600	2	1
21	3987	1	1
22	3982	1	1
23	9000	2	1
24	53000	8	4
25	3269	4	2
26	2698	5	2
27	58963	52	10
28	8752	4	1
29	3692	2	1
30	1600	6	3
31	3985	4	2
32	2879	4	2
33	5302	7	2
34	8536	8	3
35	39500	16	4
36	3925	4	2
37	3562	3	1
38	9850	4	2
39	7632	3	1
40	2350	3	2
41	8659	2	1

11. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Практическое задание №1

Рассчитать вероятность безотказной работы сложной системы, если ее структурная схема

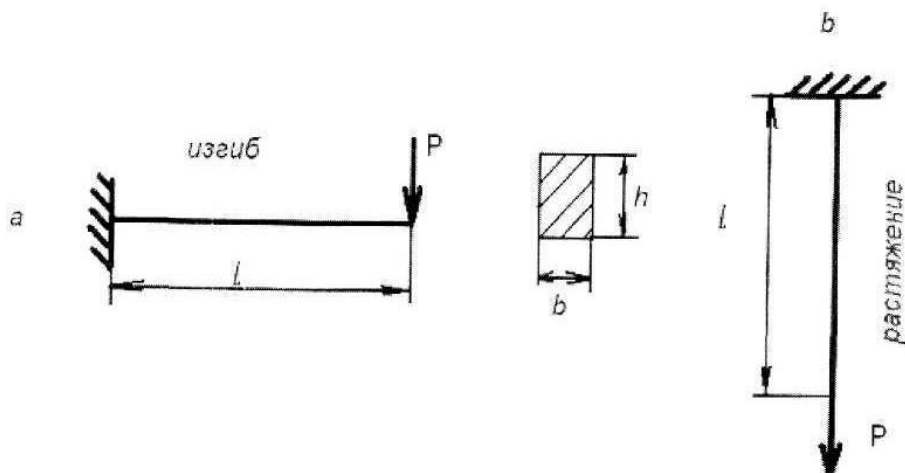


структурные формулы каждого элемента схемы

Вариант	1	2	3	4	5
1	21/6-10/21	22-28/28-32	12/10-56/28	2/6/3-2-3/5	1-2/2-35
2	6-8-23/21	1/6-24-45/12	9-8/12-9	6/8/3-4/5/8	12/16-45/47/1
3	2/5/40-31/49	3-7/8-24/41	27/20-40/6	5-18-41/17	12/10-56/28
4	1-2/2-35	21/25-45/12	11-2-32/31	2-45/41-4	9-8/12-9
5	1/6/3-8/10/2	20/21-8-7	21/6-10/21	3-4-12/18/6	27/20-40/6
6	2/6/3-2-3/5	12/13/15/16	6-8-23/21	7/2/3-12	11-2-32/31
7	6/8/3-4/5/8	21/6-10/21	2/5/40-31/49	8/2/3-12/7/22	21/6-10/21
8	5-18-41/17	6-8-23/21	1-2/2-35	12/16-45/47/1	6-8-23/21
9	2-45/41-4	2/5/40-31/49	12/16-45/47/1	6-8-23/21	2/5/40-31/49
10	3-7/8-24/41	1-2/2-35	6-8-23/21	2/5/40-31/49	1-2/2-35
11	21/25-45/12	12/16-45/47/1	2/5/40-31/49	1-2/2-35	12/16-45/47/1
12	20/21-8-7	12/10-56/28	1-2/2-35	1/6/3-8/10/2	20/21-8-7
13	12/13/15/16	9-8/12-9	1/6/3-8/10/2	2/6/3-2-3/5	12/13/15/16
14	21/6-10/21	27/20-40/6	2/6/3-2-3/5	12/16-45/47/1	21/6-10/21
15	6-8-23/21	11-2-32/31	6/8/3-4/5/8	6-8-23/21	6-8-23/21
16	2/5/40-31/49	21/6-10/21	5-18-41/17	2/5/40-31/49	2/5/40-31/49
17	1-2/2-35	6-8-23/21	2-45/41-4	1-2/2-35	1-2/2-35
18	12/16-45/47/1	2/5/40-31/49	3-4-12/18/6	1/6/3-8/10/2	12/16-45/47/1
19	37-1/2/3-40	1-2/2-35	7/2/3-12	2/6/3-2-3/5	12/10-56/28
20	2/2-10/18	12/16-45/47/1	8/2/3-12/7/22	1/3/6-21/20/4	3-5-2/9/12

Практическое задание №2

Рассчитать вероятность безотказной работы консольной балки, работающей на изгиб/растяжение под случайной нормально распределенной нагрузкой, которая может принимать значения от P_1 до P_2 . Сечение балки $h \times b$, длина балки L . Допускаемое напряжение на изгиб/растяжение является также случайной нормально распределенной величиной и может принимать значения от $[\sigma]_1$ до $[\sigma]_2$. Удельный вес материала балки 7800 кг/м^3 .



Вариант	Схема	P_1 , кН	P_2 , кН	$[\sigma]_1$, МПа	$[\sigma]_2$, МПа	L , мм	h , мм	b , мм
1	a	1	1.5	45	70	1500	20	100
2	b	10	15	50	80	1000	20	100
3	a	2	2.5	200	300	2000	40	50
4	b	20	25	40	130	1000	40	50
5	a	3	3.5	400	500	2500	30	60
6	b	30	35	1.6	1.9	1000	30	60
7	a	4	4.5	500	600	3000	30	70
8	b	40	45	10	20	1000	30	70
9	a	5	5.5	400	500	1000	40	40
10	b	50	55	20	40	1000	40	40
11	a	6	6.5	400	450	1500	20	80
12	b	60	65	30	50	1000	20	80
13	a	7	7.5	1120	1250	2000	30	50
14	b	70	75	10	40	1000	30	50
15	a	8	8.8	2300	2550	2500	20	50
16	b	80	85	80	90	1000	20	50
17	a	9	9.5	900	970	3000	50	60
18	b	90	95	20	31.6	1000	50	60
19	a	10	10.5	600	650	1000	20	70
20	b	100	105	70	7.5	1000	20	70

ЛИТЕРАТУРА

1. Амалицкий В.В., Бондарь В.Г., Волобаев А.М., Воякин А.С. Надежность машин и оборудования лесного комплекса. Учебник для ВУЗов. Издательство МГУЛ. М., 1998, 288с.
2. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин. Учебное пособие. М.: Издательство «Высшая школа», 1988, 238 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. –576с.
4. Фурунжиев Р.И. Вычислительная техника и ее применение: Учебное пособие для студентов ВУЗов. – 3-е изд., перераб. и доп. Минск: Высшая школа, 1984. –462с.